

Քննական գրավոր աշխատանք մաթեմատիկայից

10-րդ դաս. 2021թ.

Տարբերակ 1

1. x, y, z թվերը կազմում են երկրաչափական պրոգրեսիա, իսկ y, x, z թվերը կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա: Գտնել երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը:

2. Հովիկը նկատեց, որ իր գրիչների քանակի և այդ քանակից մեկով փոքր թվի արտադրյալը 15-ով մեծ է իր տարիքի և իր գրիչների թվից 2-ով փոքր թվի արտադրյալից: Քանի՞ տարեկան է Հովիկը: (Տարիքը և գրիչների քանակը բնական թվեր են)

3. A և B վայրերից միաժամանակ միմյանց ընդառաջ մեկնեցին երկու հեծանվորդ: A -ից մեկնած հեծանվորդը B հասավ նրանց հանդիպումից $5\frac{1}{3}$ ժամ անց, իսկ B -ից մեկնածը՝ A հասավ հանդիպումից 3 ժամ անց:

ա) Քանի՞ ժամ տևեց B -ից մեկնած հեծանվորդի ուղևորությունը:

բ) A -ից մեկնած հեծանվորդի արագությունը քանի՞ տոկոսով է փոքր B -ից մեկնած հեծանվորդի արագությունից:

4. Լուծել համախումբը.
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} < \sqrt{9-x} \\ 25 \cdot (x+1)^{-1} \leq 9-x \end{cases}$$

5. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 թվանշաններից կազմում են նույն թվանշաններ չպարունակող բոլոր հնգանիշ թվերը: Ստացված թվերից քանի՞սն են, որոնք միաժամանակ պարունակում են 2, 4, 5 թվանշանները և բաժանվում են 3-ի:

6. Գրատախտակին պատկերված էր $y = x^2 + ax + b$ ֆունկցիայի գրաֆիկը: Այդ նույն գծագրի վրա Նարեկը պատկերեց ox առանցքին զուգահեռ երկու ուղիղներ, որոնցից մեկը ֆունկցիայի գրաֆիկը հատեց A և B կետերում, իսկ մյուսը՝ C և D կետերում: Գտնել այդ ուղիղների հեռավորությունը, եթե $AB = 5$ և $CD = 11$:

7. Եռանկյան մակերեսը հավասար է 56, մի կողմը հավասար է 14, իսկ այդ կողմին առընթեր անկյուններից մեկը՝ 45° : Գտնել այդ եռանկյանն արտագծած շրջանագծի շառավիղը:

8. ABC ուղղանկյուն եռանկյան էջերն են՝ $AC = 15$ և $BC = 20$: A գագաթով տարված ուղիղը BC էջը հատում է E կետում: AE ուղիղն տարված են CH և BK ուղղահայացները, ընդ որում $CH = 9$:

ա) Գտնել ACK եռանկյանն արտագծած շրջանագծի տրամագիծը:

բ) Գտնել $\angle CAK + \angle CAB$:

գ) Գտնել BK -ն:

Լուծումներ

1. Դիցուք երկրաչափական պրոգրեսիայի հայտարարը q -ն է: Այդ դեպքում՝ $y = xq$; $z = xq^2$ (0.5 միավոր):

Ըստ պայմանի $xq; x; xq^2$ -թվերը կազմում են թվաբանական պրոգրեսիա, որից հետևում է, որ $2x = xq + xq^2$ ($x \neq 0$) (1 միավոր), որտեղից $q^2 + q - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ q = -2 \end{cases}$ (1 միավոր)

Պատ՝. $\{-2; 1\}$

2. Հովիկի գրիչների քանակը նշանակենք n -ով, իսկ տարիքը՝ m -ով: Ըստ պայմանի՝ $n(n-1) - 15 = m(n-2)$ (0.5 միավոր):

$$\text{Այստեղից՝ } m = \frac{n^2 - n - 15}{n - 2} = \frac{n^2 - 2n + n - 2 - 13}{n - 2} = \frac{n(n-2)}{n-2} + \frac{n-2}{n-2} - \frac{13}{n-2} = n + 1 - \frac{13}{n-2}$$

(1 միավոր): Քանի որ $m \in N$, ուրեմն $13 : n - 2$:

Հնարավոր է չորս դեպք.

1-ին՝ $n - 2 = 1 \Rightarrow m = 4 - 13 = -9$ (հնարավոր չէ)

2-րդ՝ $n - 2 = 13 \Rightarrow n = 15 \Rightarrow m = 15$

3-րդ՝ $n - 2 = -1 \Rightarrow n = 1 \Rightarrow m = 2 + 13 = 15$

4-րդ՝ $n - 2 = -13 \Rightarrow n = -11$ (հնարավոր չէ) (1 միավոր)

Պատ՝. 15

3. A -ից մեկնած հեծանվորդի արագությունը նշանակենք x կմ/ժ-ով, իսկ B -ից մեկնած հեծանվորդինը՝ y կմ/ժ-ով: Դիցուք նրանք հանդիպել են C կետում և այդ ընթացքում ծախսել են t ժամ: Այդ դեպքում՝

$AC = tx; BC = ty$: (0.5 միավոր):

Պայմանից՝ $AC = 3y; BC = \frac{16}{3}x$, հետո բաբար $\begin{cases} tx = 3y \\ ty = \frac{16}{3}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t^2 xy = 3 \cdot \frac{16}{3} xy \\ t^2 = 16 \\ t = 4 \end{cases}$:

Այստեղից՝ B -ից մեկնածի ուղևորությունը կլինի $t+3=7$ ժամ (1 միավոր):

$tx = 3y$ պայմանից կունենանք $x = \frac{3}{4}y$, որը նշանակում է, որ A -ից մեկնած հեծանվորդի

արագությունը կազմում է B -ից մեկնածի արագության 75%-ը, այսինքն՝ փոքր է նրանից 25%-ով: (1 միավոր)

Պատ՝. ա) 7 ժամ բ) 25%

$$4. \begin{cases} \sqrt{x+1} < \sqrt{9-x} \\ 25 \cdot (x+1)^{-1} \leq 9-x \end{cases}$$

$$\sqrt{x+1} < \sqrt{9-x} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 < 9-x \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-1; 4) \quad (1 \text{ միավոր})$$

$$25(x+1)^{-1} \leq 9-x \Leftrightarrow \frac{25}{x+1} + x - 9 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 8x + 16}{x+1} \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup \{4\} \quad (1 \text{ միավոր})$$

Միավորելով լուծումները կստանանք՝ $x \in (-\infty; 4]$ (0.5 միավոր)

Պատ՝ $(-\infty; 4]$

5. 2,4,5, թվանշանների հետ 0,1,3,6 թվանշաններից պետք է ընտրել ևս երկու թվանշան, որ ստացված հնգանիշ թվերը բաժանվեն 3-ի: 3-ի բաժանելիության հայտանիշից այդ թվանշաններն են կամ 1-ը և 0-ն կամ 1-ը և 3-ը կամ 1-ը և 6-ը: (1 միավոր)

Այսպիսով՝ խնդիրը բերվեց նրան, թե 0,1,2,4,5 կամ 1,2,3,4,5 կամ 1,2,4,5,6 չկրկնվող թվանշաններով քանի՞ հնգանիշ թիվ կարելի է կազմել:

$$0,1,2,4,5 \text{ թվանշաններով գրվող թվերի քանակն է՝ } 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96 \quad (0.5 \text{ միավոր})$$

$$1,2,3,4,5 \text{ կամ } 1,2,4,5,6 \text{ թվանշաններով գրվողները կլինեն } 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \quad (0.5 \text{ միավոր})$$

$$\text{Այսպիսով՝ պահանջվող թվերի քանակը կլինի՝ } 96 + 120 + 120 = 336 \quad (0.5 \text{ միավոր})$$

Պատ՝ 336

6. I եղանակ

Դիցուք AB ուղղի հավասարումն է $y = y_1$, իսկ CD -ինը՝ $y = y_2$: Այդ դեպքում

$$x^2 + ax + b = y_1 \text{ կամ } x^2 + ax + b - y_1 = 0: AB \text{-ն կլինի այդ հավասարման } x_2 \text{ և } x_1 \text{ (} x_1 < x_2 \text{)}$$

արմատների տարբերությունը (0.5 միավոր), իսկ CD -ն $x^2 + ax + b - y_2 = 0$ հավասարման $x_3; x_4$ ($x_3 < x_4$) արմատների տարբերությունը:

$$\text{Այսինքն՝ } x_2 - x_1 = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4(b - y_1)}}{2} - \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4(b - y_1)}}{2} = 5, \text{ որտեղից}$$

$$a^2 - 4b + 4y_1 = 25 \quad (1 \text{ միավոր})$$

$$\text{Նման ձևով կստանանք՝ } a^2 - 4b + 4y_2 = 121$$

Հանելով իրարից կստանանք՝ $4(y_2 - y_1) = 121 - 25$ կամ $y_2 - y_1 = 24$, որն էլ հենց AB և CD ուղիների հեռավորությունն է: (1 միավոր)

Պատ՝ 24

II եղանակ

Դիցուք A և B կետերի կոորդինատներն են $A(x_1; y_1)$ և $B(x_2; y_1)$, իսկ C -ի և D -ի կոորդինատներն են $C(x_3; y_2)$ և $D(x_4; y_2)$

$$\text{Այդ դեպքում } \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{x_3 + x_4}{2} = -\frac{a}{2} \text{ կամ } x_1 + x_2 = -a \text{ և } x_3 + x_4 = -a \quad (0.5 \text{ միավոր})$$

$$\text{Պայմանից } AB = x_2 - x_1 = 5 \text{ և } x_4 - x_3 = 11 \quad (0.5 \text{ միավոր})$$

$$\text{Այսպիսով } x_2 = x_1 + 5 = -a - x_1 \Rightarrow x_1 = \frac{-a - 5}{2}$$

$$x_4 = x_3 + 11 = -a - x_3 \Rightarrow x_3 = \frac{-a - 11}{2}$$

Պետք է գտնենք՝

$$\begin{aligned} y_2 - y_1 &= x_3^2 + ax_3 + b - (x_1^2 + ax_1 + b) = x_3^2 - x_1^2 + a(x_3 - x_1) = (x_3 - x_1)(x_3 + x_1 + a) = \\ &= \left(\frac{-a - 11}{2} - \frac{-a - 5}{2} \right) \left(\frac{-a - 5}{2} + \frac{-a - 11}{2} + a \right) = -3 \cdot (-8) = 24 \end{aligned}$$

(1 միավոր)

Պատ՝ .24

7. 1-ին եղանակ

Դիցուք ABC եռանկյունում $AB = 14$, $\angle A = 45^\circ$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow AC = \frac{2 \cdot 56}{14 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = 8\sqrt{2} \quad (1 \text{ միավոր})$$

Ըստ կոսինուսների թեորեմի՝ $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos 45^\circ$ կամ

$$BC^2 = 128 + 196 - 2 \cdot 8\sqrt{2} \cdot 14 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 100, \text{ որտեղից } BC = 10 : \quad (0.5 \text{ միավոր})$$

$$\frac{BC}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = 5\sqrt{2} \quad (1 \text{ միավոր})$$

Պատ՝ . $5\sqrt{2}$

2-րդ եղանակ

C գագաթից տանենք CH բարձրությունը: Քանի որ եռանկյան մակերեսը հավասար է 54-ի, ուրեմն $AB \cdot CH / 2 = 54$: Որտեղից՝ $CH = 8$: (0,5 միավոր) Խնդրի պայմաններից կունենանք $AH = 8$ և $HB = 6$ հետևաբար, $CB = 10$: (1 միավոր)

$$\text{Հետևաբար, } \frac{BC}{\sin 45^\circ} = 2R \Rightarrow R = 5\sqrt{2} \quad (1 \text{ միավոր})$$

Պատ՝ . $5\sqrt{2}$

8. ա) Նկատենք, որ A, C, K, B կետերը գտնվում են AB տրամագծով շրջանագծի վրա, քանի որ $\angle ACB = \angle AKB = 90^\circ$: Հետևաբար, $2R_{ACK} = AB = 25$: (0,5 միավոր)

բ) $\triangle ACH$ -ից ըստ Պյութագորասի թեորեմի՝ $AH = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$:

Նկատենք, որ՝ $\frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{15}{25}$ կամ $\frac{CH}{AC} = \frac{AH}{BC} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5} \Rightarrow ACH$ եռանկյունը նման է ABC

եռանկյանը $\Rightarrow \angle ACH = \angle CAB$, ուրեմն, $\angle CAK + \angle CAB = \angle CAK + \angle ACH = 90^\circ$

(1 միավոր)

գ) Նկատենք, որ $\angle CAH = \angle HCB = \angle KBC = \angle ABC$, հետևաբար

$AC = CK \Rightarrow AH = KH = 12 \Rightarrow AK = 24 \Rightarrow \triangle ABK$ -ից՝ $BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$:

(1 միավոր)

Պատ՝ . ա) 25 բ) 90° գ) 7