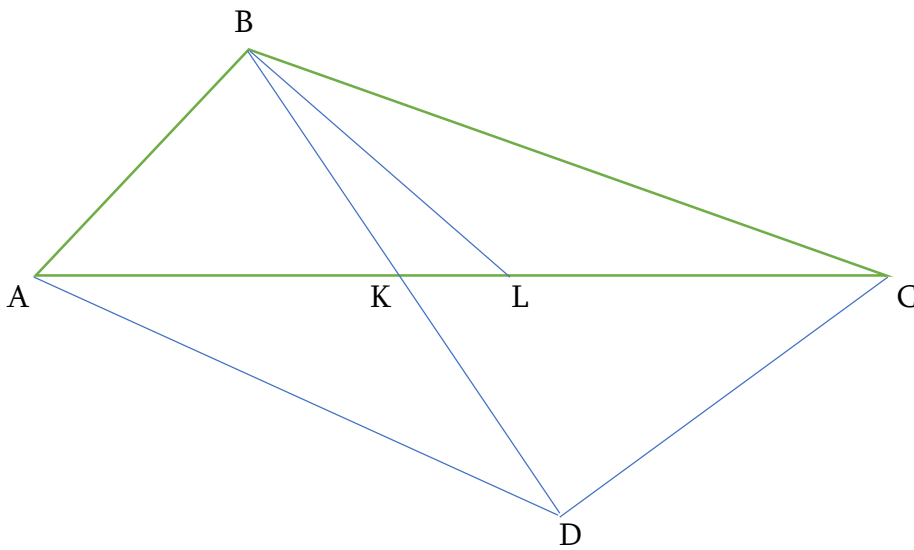


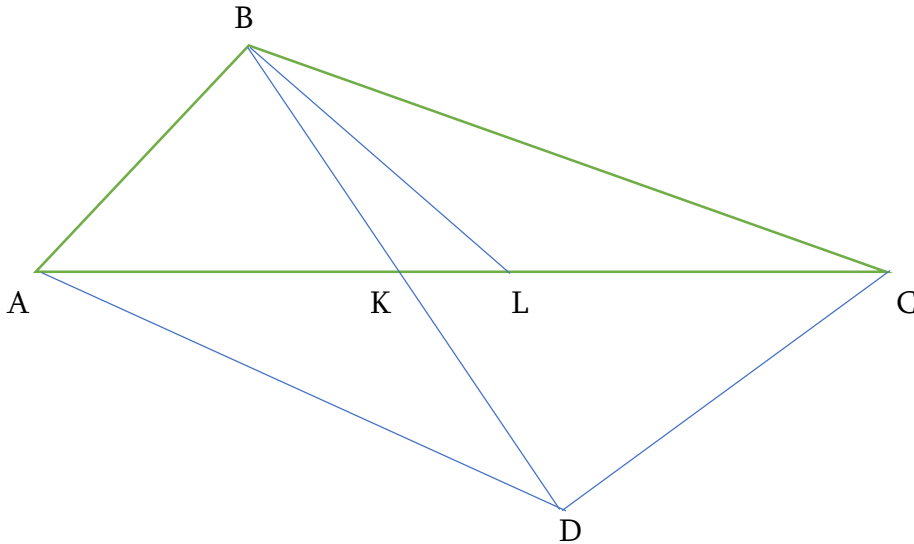
8-րդ դասարան
Տևողությունը 150 րոպե
Տարբերակ 1

1. Գրատախտակի վրա իրար հետևից գրված են 1-ից մինչև 35 բոլոր բնական թվերը: Գտնել ստացված 12345.....333435 թվի մնացորդը 20-ի բաժանելիս:
2. Գրատախտակին գրված են տասը հաջորդական բնական թվեր: Երբ այդ թվերից մեկը ջնջեցին, մնացած ինը թվերի գումարը ստացվեց 2021: Ո՞ր բնական թիվը ջնջեցին: Պատասխանը հիմնավորեք:
3. Դասարանում բացակա աշակերտների քանակը կազմում է ներկաների $\frac{1}{5}$ մասը: Երբ դասարանից դուրս եկավ մեկ աշակերտ՝ բացակաների քանակը կազմեց ներկաների $\frac{1}{4}$ մասը: Քանի՞ աշակերտ է սովորում այդ դասարանում:
4. Գտնել $a + b$ -ն, եթե $a^2 - 6a - 8b + b^2 + 25 = 0$
5. ABC ուղղանկյուն եռանկյան մեջ $\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=15^\circ$: AC կողմի վրա D կետը նշված է այնպես, որ $\angle DBA=15^\circ$: Ապացուցել, որ $BA < 4 \cdot BC$:
6. Առաջին ամսնում կար 30%-անոց սպիրտի լուծույթ, իսկ երկրորդ ամսնում՝ 20%-անոց: Երբ երկու ամսանների լուծույթները խառնեցին ստացվեց 22%-անոց սպիրտի լուծույթ: Երկու ամսաններից որո՞ւմ եղած լուծույթն էր շատ և քանի՞ անգամ:
7. Գտնել x և y թվերի բոլոր արժեքները, որոնց համար ճիշտ է $x \cdot y + 1 = -x - y$ հավասարությունը:
8. ABC եռանկյան AC կողմի վրա նշված են K և L կետերն այնպես, որ L կետը գտնվում է KC հատվածի վրա, $AK=LC$ և $AB=BK$: B կետը միացված է K և L կետերին: BK հատվածը շարունակված է $KD=BK$ չափով և D կետը միացված է A և C կետերին: Հայտնի է, որ $\angle ABD=52^\circ$ և $\angle KDC=74^\circ$: Գտնել BLA անկյան աստիճանային չափը:



8-րդ դասարան
Տևողությունը 150 րոպե
Տարբերակ 2

1. Գրատախտակի վրա իրար հետևից գրված են 1-ից մինչև 34 բոլոր բնական թվերը: Գտնել ստացված 12345.....3334 թվի մնացորդը 25-ի բաժանելիս:
2. Գրատախտակին գրված են ինը հաջորդական բնական թվեր: Երբ այդ թվերից մեկը ջնջեցին, մնացած ութ թվերի գումարը ստացվեց 2021: Ո՞ր բնական թիվը ջնջեցին: Պատասխանը հիմնավորեք:
3. Դասարանում բացակա աշակերտների քանակը կազմում է ներկաների $\frac{1}{4}$ մասը: Երբ դասարանից դուրս եկավ մեկ աշակերտ՝ բացակաների քանակը կազմեց ներկաների $\frac{1}{3}$ մասը: Քանի՞ աշակերտ է սովորում այդ դասարանում:
4. Գտնել $a + b$ -ն, եթե $a^2 + 4a - 10b + b^2 + 29 = 0$:
5. ABC ուղղանկյուն եռանկյան մեջ $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC=75^\circ$: AC կողմի վրա D կետը նշված է այնպես, որ $\angle DBA=15^\circ$: Ապացուցել, որ $BA < 4 \cdot BC$:
6. Առաջին ամսնում կար 20%-անոց սպիրտի լուծույթ, իսկ երկրորդ ամսնում՝ 40%-անոց: Երբ երկու ամսանների լուծույթները խառնեցին ստացվեց 25%-անոց սպիրտի լուծույթ: Երկու ամսաններից որո՞ւմ եղած լուծույթն էր շատ և քանի՞ անգամ:
7. Գտնել x և y թվերի բոլոր արժեքները, որոնց համար ճիշտ է $x \cdot y + 1 = x + y$ հավասարությունը:
8. ABC եռանկյան AC կողմի վրա նշված են K և L կետերն այնպես, որ L կետը գտնվում է KC հատվածի վրա, $AK=LC$ և $AB=BK$: B կետը միացված է K և L կետերին: BK հատվածը շարունակված է $KD=BK$ չափով և D կետը միացված է A և C կետերին: Հայտնի է, որ $\angle ABD=54^\circ$ և $\angle KDC=76^\circ$: Գտնել BLA անկյան աստիճանային չափը:



Գնահատման չափանիշներ

Գնահատման ընդհանուր կետեր

1. Եթե պատասխանը չի ստացվել վրիպակի պատճառով՝ հանվում է 0,5 միավոր:
2. Եթե պատասխանը չի ստացվել տրամաբանական սխալի պատճառով՝ հանվում է 1 միավոր:

Լուծումներ

1-ին տարբերակ

1. Նկատենք, որ $12345\dots3435=12345\dots34\cdot100+35=12345\dots34\cdot100+20+15$: (1,5 միավոր) Քանի որ ստացված գումարի երկու գումարելիները բաժանվում են 20-ի, ապա գրատախտակին գրված թիվը 20-ի բաժանելիս մնացորդում կստանանք 15: (1 միավոր)

Պատ.՝ 15:

2. Դիցուք գրատախտակին գրված են $n, n+1, n+2, \dots, n+9$ տասը հաջորդական բնական թվերը: Նրանց գումարը կլինի $10n+45$: (0,5 միավոր) Երբ այդ թվերից մեկը ջնջեն, օրինակ $n+x$ -ը, որտեղ x -ը 0-ից 9-ը ամբողջ թվերից մեկն է, ապա մնացած ինը թվերի գումարը կլինի $9n+45-x$: (0,5 միավոր) Նկատենք, որ $9n+45$ բաժանվում է 9-ի և $9n+45-x=2021$: Հետևաբար, $2021+x$ -ը բաժանվում է 9-ի: Ուստի $x=4$ և $9n+41=2021$: Որտեղից $n=220$: (1 միավոր) Հետևաբար, $n+4=224$: Ջնջել են 224 բնական թիվը: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ 224:

3. Քանի որ բացակա աշակերտների քանակը կազմում է ներկաների $1/5$ մասը, ապա ներկաները 5 անգամ ավելի շատ են, քան բացակաները: Հետևաբար, բացակաները կազմում են դասարանի բոլոր աշակերտների $1/6$ մասը: (0,5 միավոր) Երբ դասարանից դուրս եկավ 1 աշակերտ՝ բացակաների քանակը կազմեց ներկաների $1/4$ մասը, այսինքն ներկաները 4 անգամ շատ եղան, քան բացակաները: Հետևաբար, բացակաները այդ պահին կազմեցին դասարանի բոլոր աշակերտների $1/5$ մասը: (0,5 միավոր) Ստացվում է, որ մեկ աշակերտը կազմում է դասարանի բոլոր աշակերտների $1/5-1/6=1/30$ մասը: (1 միավոր) Հետևաբար դասարանում սովորում է 30 աշակերտ: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ 30:

4. Նկատենք, որ

$$a^2 - 6a - 8b + b^2 + 25 = a^2 - 6a + 9 + b^2 - 8b + 16 = (a - 3)^2 + (b - 4)^2: \quad (1 \text{ միավոր})$$

Հետևաբար, այդ գումարը հավասար կլինի 0, երբ նրա ոչբացասական գումարելիները լինեն 0: Ուրեմն $a - 3 = 0$ և $b - 4 = 0$: (1 միավոր) Հետևաբար, $a + b = 7$: (0,5 միավոր)

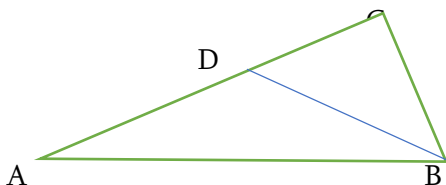
Պատ.՝ 7:

5. Քանի որ $\angle DBA = \angle DAB = 15^\circ$, հետևաբար $DB = DA$: DB -ն նշանակենք $2x$, AD -ն նույնպես կլինի $2x$: (0,5 միավոր)

Նկատենք, որ $\angle BDC = \angle DBA + \angle DAB = 30^\circ$, հետևաբար $\triangle BDC$ -ից $BC = 1/2 \cdot BD = x$: (1 միավոր)

$\triangle ABD$ -ից ըստ եռանկյան անհավասարության $BA < BD + DA$ կամ $BA < 4 \cdot x = 4 \cdot BC$:

Ստացանք $BA < 4 \cdot BC$: (1 միավոր) Ապացուցված է:



6. Դիցուք առաջին ամանում կար x միավոր լուծույթ, իսկ երկրորդ ամանում՝ y միավոր: Լուծույթները խառնելուց հետո կունենանք $x+y$ միավոր լուծույթ: (0,5 միավոր) Առաջին ամանում կար $30x/100$ միավոր սպիրտ, երկրորդ ամանում՝ $20y/100$ միավոր սպիրտ, իսկ խառնելուց հետո կունենանք $22(x+y)/100$ միավոր սպիրտ: (0,5 միավոր)
 Կազմենք հավասարում՝ $30x/100+20y/100=22(x+y)/100$: (1 միավոր) Հետևաբար, $30x+20y=22x+22y$:
 Որտեղից՝ $8x=2y$ կամ $y=4x$: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ Երկրորդ ամանի սպիրտը 4 անգամ շատ էր՝ քան առաջինինը:

7. $x \cdot y + 1 = -x - y \Leftrightarrow x \cdot y + 1 + x + y = 0 \Leftrightarrow x(y + 1) + (y + 1) = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(y + 1) = 0$: (1 միավոր)
 Հավասարությունը տեղի կունենա, եթե արտադրիչներից գոնե մեկը հավասար է 0-ի: (0,5 միավոր)
 Հետևաբար, $x = -1$, $y - 2$ ցանկացած թիվ է, կամ $y = -1$, $x - 2$ ցանկացած թիվ է: (1 միավոր)

Պատ.՝ $x = -1$, $y - 2$ ցանկացած թիվ է, կամ $y = -1$, $x - 2$ ցանկացած թիվ է:

8. $AB=BK$, ուրեմն $\angle BAK=\angle BKA=(180^\circ-52^\circ)/2=64^\circ$: (0,5 միավոր)
 Նկատենք, որ $AL=AK+KL=LC+KL=KC$, $AB=KD$ և $\angle BAK=\angle BKA=\angle DKC$: Հետևաբար, $\triangle BAL=\triangle DKC$, ըստ եռանկյունների հավասարության առաջին հայտանիշի: (1 միավոր)
 Այստեղից՝ $\angle ABL=\angle KDC=74^\circ$: (0,5 միավոր)
 Ուրեմն, $\angle BLA=180^\circ-\angle BAL-\angle ABL=180^\circ-64^\circ-74^\circ=42^\circ$: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ 42° :

2-րդ տարբերակ

1. Նկատենք, որ $12345\dots3334=12345\dots33 \cdot 100+34=12345\dots33 \cdot 100+25+9$: (1,5 միավոր) Քանի որ ստացված գումարի երկու գումարելիները բաժանվում են 25-ի, ապա գրատախտակին գրված թիվը 25-ի բաժանելիս մնացորդում կստանանք 9: (1 միավոր)

Պատ.՝ 9:

2. Դիցուք գրատախտակին գրված են $n, n+1, n+2, \dots, n+8$ ինը հաջորդական բնական թվերը: Նրանց գումարը կլինի $9n+36$: (0,5 միավոր) Երբ այդ թվերից մեկը ջնջեն, օրինակ $n+x$ -ը, որտեղ x -ը 0-ից 8-ը ամբողջ թվերից մեկն է, ապա մնացած ութը թվերի գումարը կլինի $8n+36-x$: (0,5 միավոր) Նկատենք, որ $2021=8 \cdot 252+5$, ուրեմն $8n+36-x=8 \cdot 252+5$, կամ $8(252-n)=31-x$: Ստացվեց, որ $31-x$ -ը բաժանվում է 8-ի: (1 միավոր) Հետևաբար, $x=7$, $8(252-n)=24$, $n=249$: Ջնջել են 256 բնական թիվը: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ 256:

3. Քանի որ բացակա աշակերտների քանակը կազմում է ներկաների $1/4$ մասը, ապա ներկաները 4 անգամ ավելի շատ են, քան բացակաները: Հետևաբար, բացակաները կազմում են դասարանի բոլոր աշակերտների $1/5$ մասը: (0,5 միավոր) Երբ դասարանից դուրս եկավ 1 աշակերտ՝ բացակաների քանակը կազմեց ներկաների $1/3$ մասը, այսինքն ներկաները 3 անգամ շատ եղան, քան բացակաները: Հետևաբար, բացակաները այդ պահին կազմեցին դասարանի բոլոր աշակերտների $1/4$ մասը: (0,5 միավոր) Ստացվում է, որ մեկ աշակերտը կազմում է դասարանի բոլոր աշակերտների $1/4-1/5=1/20$ մասը: (1 միավոր) Հետևաբար դասարանում սովորում է 20 աշակերտ: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ 20:

4. Նկատենք, որ

$$a^2 + 4a - 10b + b^2 + 29 = a^2 + 4a + 4 + b^2 - 10b + 25 = (a + 2)^2 + (b - 5)^2: \quad (1 \text{ միավոր})$$

Հետևաբար, այդ գումարը հավասար կլինի 0, երբ նրա ոչբացասական գումարելիները լինեն 0: Ուրեմն $a + 2 = 0$ և $b - 5 = 0$: (1 միավոր) Հետևաբար, $a + b = 3$: (0,5 միավոր)

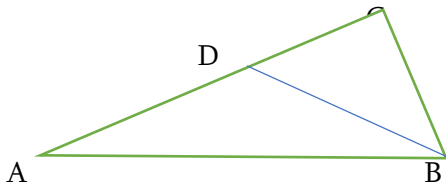
Պատ.՝ 3:

5. $\triangle ABC$ -ից $\angle A=90^\circ$ - $\angle B=15^\circ$, հետևաբար $\angle DBA=\angle DAB=15^\circ$: DB -ն նշանակենք $2x$, AD նույնպես կլինի $2x$: (0,5 միավոր)

Նկատենք, որ $\angle BDC=\angle DBA+\angle DAB=30^\circ$, հետևաբար $\triangle BDC$ -ից $BC=1/2 \cdot BD=x$: (1 միավոր)

$\triangle ABD$ -ից ըստ եռանկյան անհավասարության $BA < BD+DA$ կամ $BA < 4 \cdot x=4 \cdot BC$:

Ստացանք $BA < 4 \cdot BC$: (1 միավոր) Ապացուցված է:



6. Դիցուք առաջին ամանում կար x միավոր լուծույթ, իսկ երկրորդ ամանում՝ y միավոր: Լուծույթները խառնելուց հետո կունենանք $x+y$ միավոր լուծույթ: (0,5 միավոր) Առաջին ամանում կար $20x/100$ միավոր սպիրտ, երկրորդ ամանում՝ $40y/100$ միավոր սպիրտ, իսկ խառնելուց հետո կունենանք $25(x+y)/100$ միավոր սպիրտ: (0,5 միավոր)

Կազմենք հավասարում՝ $20x/100+40y/100=25(x+y)/100$: (1 միավոր) Հետևաբար, $20x+40y=25x+25y$: Որտեղից՝ $5x=15y$ կամ $x=3y$: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ Առաջին ամանի սպիրտը 3 անգամ շատ էր՝ քան երկրորդինը:

7. $x \cdot y + 1 = x + y \Leftrightarrow x \cdot y + 1 - x - y = 0 \Leftrightarrow x(y - 1) - (y - 1) = 0 \Leftrightarrow (x - 1)(y - 1) = 0$: (1 միավոր)

Հավասարությունը տեղի կունենա, եթե արտադրիչներից գոնե մեկը հավասար է 0-ի: (0,5 միավոր)

Հետևաբար, $x = 1$, $y - 1$ ը ցանկացած թիվ է, կամ $y = 1$, $x - 1$ ը ցանկացած թիվ է: (1 միավոր)

Պատ.՝ $x = 1$, $y - 1$ ը ցանկացած թիվ է, կամ $y = 1$, $x - 1$ ը ցանկացած թիվ է:

8. $AB=BK$, ուրեմն $\angle BAK=\angle BKA=(180^\circ-54^\circ)/2=63^\circ$: (0,5 միավոր)

Նկատենք, որ $AL=AK+KL=LC+KL=KC$, $AB=KD$ և $\angle BAK=\angle BKA=\angle DKC$: Հետևաբար, $\triangle BAL=\triangle DKC$, ըստ եռանկյունների հավասարության առաջին հայտանիշի: (1 միավոր)

Այստեղից՝ $\angle ABL=\angle KDC=76^\circ$: (0,5 միավոր)

Ուրեմն, $\angle BLA=180^\circ-\angle BAL-\angle ABL=180^\circ-63^\circ-76^\circ=41^\circ$: (0,5 միավոր)

Պատ.՝ 41° :